Bibliographie.

Maurice Lecat, Erreurs de Mathématiciens des origines à nos jours, XII + 167 pages, Bruxelles et Louvain, Castaigne et Desbarax, 1935.

Une liste étendue des erreurs, commises par des mathématiciens, à partir d'ARISTOTE, d'EUCLIDE et de SAINT AUGUSTIN jusqu'à ceux qui s'efforcent à démontrer le dernier théorème de FERMAT, avec des références bibliographiques concernant ces erreurs ainsi que leurs rélévations. Évidemment, une telle liste ne pourra nous être utile que si elle est complète relativement aux propositions erronées, figurant dans des périodiques qui leur pourriont conférer une autorité. On se convaincra par quelques épreuves qu'elle ne l'est pas. L. Kalmár.

Rudolf Rothe, Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker und Ingenieure, Teil IV: Übungsaufgaben mit Lösungen, Formelsammlung, unter Mitwirkung von OSKAR DEGOSANG, 3. Heft: Integralrechnung, 4. Heft: Unendliche Reihen, Vektorrechnung nebst Anwendungen, 5. Heft: Raumkurven und Flächen, Linienintegrale und mehrfache Integrale, 6. Heft: Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen (Teubners math. Leitfäden, Band 35—38), III + III + 106 + III + III + 105 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1936—1937.

Von den vorliegenden Heften beziehen sich die Hefte 3 und 4 auf den Stoff des Teiles III des Werkes *Höhere Mathematik* von R. ROTHE. Hefte 5 und 6 umfassen Übungsmaterial aus dem Teile III. Eine Formelsammlung, die noch erscheint, wird den Abschluß des ganzen Werkes bilden.

Auch diese Hefte zeigen die schon lange erkannten Vorzüge der früher erschienenen übrigen Teile. Die Übungsbeispiele sind aus den verschiedensten Wissenszweigen sorgfältig ausgewählt und zusammengestellt. Der Leser gewinnt durch dieses Übungsmaterial nicht nur eine gute Übung im Rechnen, sondern auch wertvolle neue Erkenntnisse in der Mathematik und in ihren Anwendungen. Dank des vorzüglichen methodischen Geschickes der Verfasser kann diese Sammlung von Aufgaben allen Studierenden der Mathematik, Physik, Chemie und Technik, sogar auch den Dozenten der Mathematik, wärmstens empfohlen werden. Gy. v. Sz. N.

Andreas Speiser, Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung (Grundlehren der math. Wissenschaften, Band V), dritte Auflage, X + 262 S., Berlin, J. Springer, 1937.

In der dritten Auflage des beliebten Lehrbuchs von SPEISER findet man nur wenig Veränderungen gegenüber der zweiten (s. hierüber das

Referat in *diesen Acta,* 4, S. 123). Inhaltliche Erweiterungen sind der Satz von HALL über die Automorphismengruppe von p-Gruppen, die Darstellung der symmetrischen Permutationsgruppen und ein neues Kapitel über die Theorie der algebraischen In- und Kovarianten. Dadurch brachte Verfasser das Werk seinem Nebenzweck, möglichst viel Ausblicke aus der Gruppentheorie in verschiedene Gebiete der Mathematik zu bieten, noch näher. Neu aufgenommen sind noch die schönen, einfachen Beweise von E. WITT für den Satz von FROBENIUS (*Berliner Berichte,* 1901) und den von WEDDERBURN über die Kommutativität endlicher Schiefkörper. Sonst wurde das Alte beibehalten, bis auf einige neue Literaturhinweise.

L. Rédei.

Paul B. Fischer, Arithmetik (Sammlung Göschen, 47), 152 S., Berlin, Walter de Gruyter, 1938.

Unter glücklicher Vereinigung der Knappheit eines Göschenbandes mit der Klarheit eines guten Lehrbuches entwickelt Verfasser die Lehre vom Rechnen mit natürlichen, mit ganzen, mit rationalen, mit reellen und schließlich mit komplexen Zahlen, einschließlich Kettenbrüche, Quaternionen, arithmetische und geometrische Reihen, Zinseszins- und Rentenrechnung und Kombinatorik. Die Darstellung ist anschaulich-genetisch; auch die historischen Gesichtspunkte werden hineinbezogen.

L. Kalmár.

American Mathematical Society Semicentennial Publications, Volume One: History, Volume Two: Addresses, XI + 262 + V + 315 pages, New York, American Mathematical Society, 1938.

In the autumn of 1888, the enthusiasm of three graduate students of Columbia University led to the founding of the New York Mathematical Society, which, within a few years, expanded into the American Mathematical Society. Now, on the threshold of the second half century of its steadily rising activity, it is with pride the Society can look back on its achievements during the first half, witnessed by more than a hundred volumes of its *Bulletin, Transactions* and *Colloquium Lectures.* To these, on the occasion of the Jubilee, the two present volumes have been added.

The first volume, Professor Archibald's work, is in its first part rather a biography of the Society as a whole, telling us about its childhood and its growing up, of its financial affairs, meetings, and publications. The larger part of the volume, with many pictures, is a memorial of the three chief secretaries and the twenty-four presidents, recording their lives and their publications; it may be considered as a reference book on prominent American mathematicians.

The second volume collects a review of nine invited addresses delivered at the Jubilee Meeting. Most of them are brief treatises surveying the recent contributions, in the States as well as abroad, to various special fields of mathematics; other refer to the whole fifty-years period and are concerned chiefly with research work done in America. Written by men who had a leading part in the work they are talking about, these papers will be of high value to the mathematical public.

Here follows the list of the papers: E. T. BELL, Fifty years of algebra in America, 1888 to 1938; J. F. RITT, Algebraic aspects of the theory of differential equations; NORBERT WIENER, The historical background of harmonic analysis; E. J. MCSHANE, Recent developments in the calculus of variations; T. Y. THOMAS, Recent trends in geometry; R. L. WILDER, The sphere in topology; G. C. EVANS, Dirichlet problems; J. L. SYNGE, Hydrodynamical stability; G. D. BIRKHOFF, Fifty years of American mathematics.

F. R.

D. Hilbert und P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, zweiter Band (Grundlehren der math. Wissenschaften, Band L), XII + 498 S., Berlin, J. Springer, 1939.

Zur Zeit der Erscheinung des ersten Bandes war noch die Beweisbarkeit der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik mit Hilfe der Beweistheorie nur eine starke, auch durch Gödels negativen Ergebnisse nicht erschütterbare Hoffnung Hilberts, die nicht jeder Kenner der Schwierigkeiten teilte. Inzwischen wurde diese Hoffnung durch Gentzens Beweis erfüllt. Es ist daher kein Wunder, daß man allgemein erwartet hat, der zweite Band des Hilbert-Bernaysschen Werkes werde sich hauptsächlich mit dem Gentzenschen Widerspruchsfreiheitsbeweis, sowie mit der Frage seiner Ausdehnbarkeit auf die Analysis befassen. Nun hat man sich in dieser Erwartung getäuscht: der Gentzensche Beweis wird zwar berücksichtigt im Sinne, daß — nach Darstellung der Gödelschen Sätze — jene Erweiterung des ursprünglich zu stark gespannten methodischen Anforderungen der Beweistheorie auseinandergesetzt wird, die erst den Gentzenschen Beweis trotz den Gödelschen Sätzen möglich gemacht hat; jedoch wird der Gentzensche Beweis selbst nur in seinen allgemeinsten Hauptgedanken skizziert.

Der Verzicht auf eine vollständige Darstellung des Gentzenschen Beweises hat wohl vor allem den Grund, daß derselbe in seiner ursprünglichen Formulierung noch nicht genügend durchsichtig dargestellt wurde und eine neue, vereinfachte Fassung erst während der Drucklegung des vorliegenden Bandes erscheinen ist. Außerdem verwendet GENTZEN auch in der neuen Fassung statt des im ersten Bande des vorliegenden Werkes entwickelten eine andere, von ihm in seiner Dissertation konstruierte Formalisierung der Logik, die zwar wesentliche heuristische Vorteile über jene besitzt, doch eine Neubearbeitung eines beträchtlichen Teiles des ersten Bandes erfordert hätte. Zwar läßt sich der Gentzensche Beweis, wie Referent — ebenfalls während der Drucklegung des vorliegenden Bandes — Herrn BERNAYS mitgeteilt hat, so umgestalten, daß man doch bei der ursprünglichen Formalisierung bleibt; diese Mitteilung wurde auch in einer Anmerkung während des Druckes, sowie in der Einleitung berücksichtigt; doch ist Referent auch noch jetzt einer Veröffentlichung des modifizierten Beweises schuldig. Auch der Ackermannsche Beweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik, der sich nicht nur der Formalisierung, sondern auch den im vorliegenden Band dargelegten Hilbertschen Ansätzen unmittelbar anschließt, ist erst ein Jahr später erschienen als jener Band und war zur Zeit der Drucklegung desselben — wie aus der Einleitung hervorgeht — nicht fertig.

Ein tieferes Studium des Werkes zeigt aber klar, daß die aufgezählten Gründe nicht die entscheidendsten sind. Es würde nämlich auch dann nicht die Aufgabe des Werkes gewesen, den Gentzenschen Beweis darzustellen, wenn derselbe rechtzeitig und in unmittelbar in das Werk passender Form erschienen wäre — trotzdem, daß jener Beweis das zur Zeit erlangte tiefste positive Ergebnis der Beweistheorie liefert. Einfach darum nicht, weil das Werk wichtigere Aufgaben zu erfüllen hatte. Hilbert hatte nämlich seine grundlegenden Ideen und Ansätze zum Widerspruchsfreiheitsbeweis, insbesondere jene im Zusammenhang mit dem ε-Symbol („ausgezeichnetes Element derjenigen, welche") bloß andeutungsweise publiziert. Nun erhalten aber Hilberts diesbezügliche Untersuchungen eine Fülle von Ideen, aus denen die beweistheoretischen Forscher gewiß noch jahrelang — jedenfalls bis zur Erledigung der Widerspruchsfreiheitsfrage der Analysis — schöpfen können. Es war daher eine wissenschaftliche Verpflichtung der Verfasser gegenüber der Nachwelt, diese Untersuchungen in voller Ausführlichkeit darzustellen. Dieser Darstellung, die man als beweistheoretisches Testament Hilberts bezeichnen kann, ist fast die erste Hälfte des Buches gewidmet; erst dann folgt der bereits erwähnte Gödel-Gentzensche Ideenkreis und, in Supplementen, einige, zum Teil das Verständnis erleichternde, zum Teil aber gewisse Teile des Werkes ergänzende Ausführungen. Man kann nur bedauern, daß ein Teil des geistigen Schatzes Hilberts aus diesem Testament ausgeblieben ist; nach den Worten der Einleitung deshalb, da sie „teils vereinzelte Bemerkungen geblieben sind, teils noch keine hinlängliche Abklärung erfahren haben". Auch einen von HILBERT offenbar stark beeinflußten älteren Ansatz Ackermanns, die Zurückführung der Widerspruchsfreiheit der Analysis auf ein gewisses rein zahlentheoretisches Problem, die man nur aus mündlichen Mitteilungen kennt, entbehrt man nicht gern, da dessen Veröffentlichung vielleicht die Lösung der Widerspruchsfreiheitsfrage der Analysis fördern würde; doch liegt dieser geistige Schatz im Besitz Ackermanns.

In der Besprechung des ersten Bandes (*diese Acta,* **7**, S. 255) hat Referent gesagt, daß „man das Lesen des Buches nicht vor Abschluß des Paragraphen unterbrechen kann". Von dem vorliegenden Band gilt dies in erhöhtem Maße.

L. Kalmár.